



# Le théorème de Thales

Cours 4ème

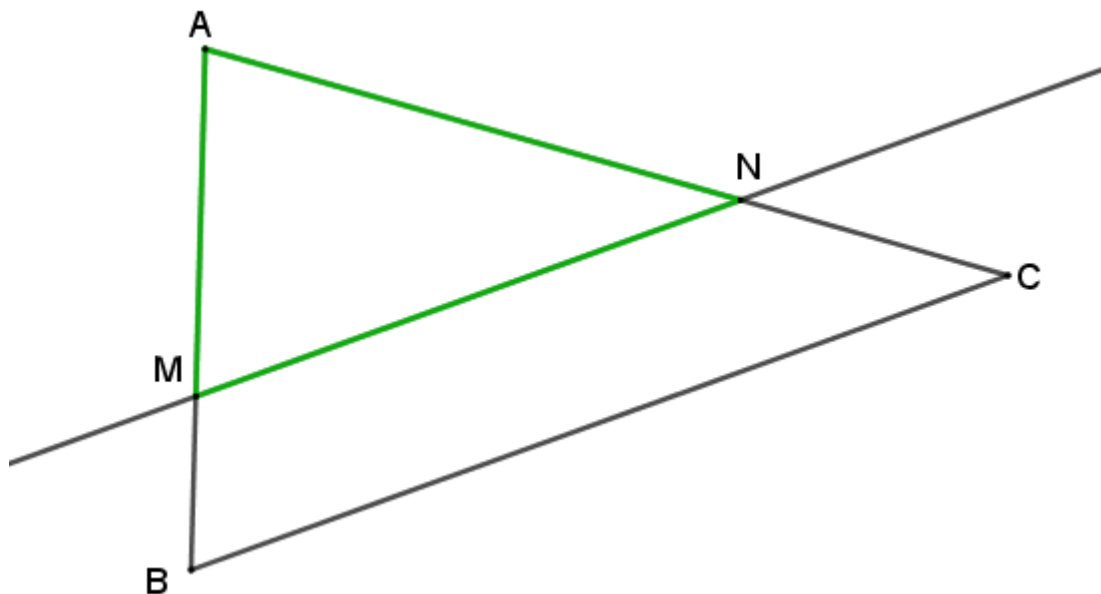
## 1- Le théorème de Thalès

On considère un triangle ABC et deux points M et N tels que :

- $M \in [AB]$
- $N \in [AC]$

**Si** les droites (BC) et (MN) sont parallèles, **alors** on a les égalités suivantes :

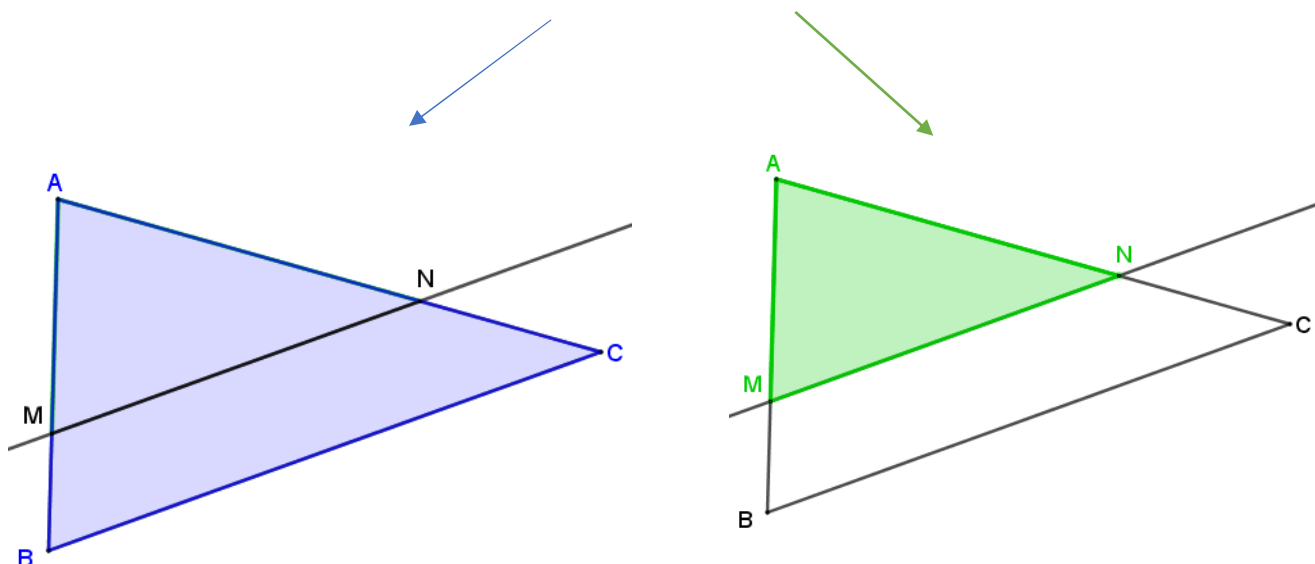
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$



## 2- Méthode pour bien écrire les quotients

On peut remarquer que dans la configuration de Thalès :

- 1) Il y a deux triangles : **un grand** et **un petit**.



- 2) Les numérateurs des fractions sont les longueurs des côtés du **petit triangle**.

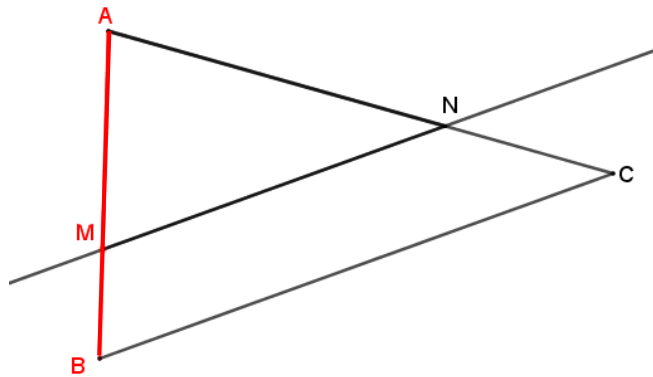
Les dénominateurs des fractions sont les longueurs des côtés du **grand triangle** :

$$\begin{array}{lcl} \text{Petit triangle} & \longrightarrow & \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \\ \text{Grand triangle} & \longrightarrow & \end{array}$$

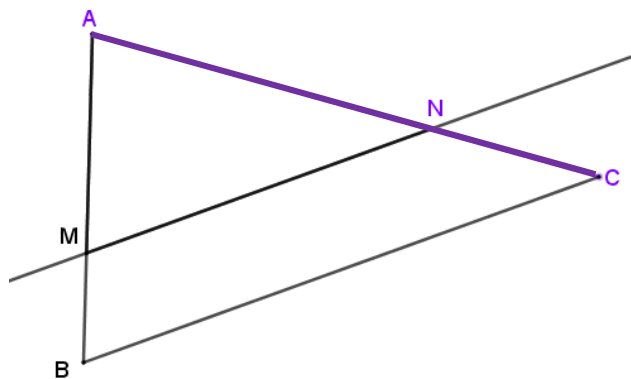
- 3) Dans une fraction, on trouve deux côtés qui se correspondent.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

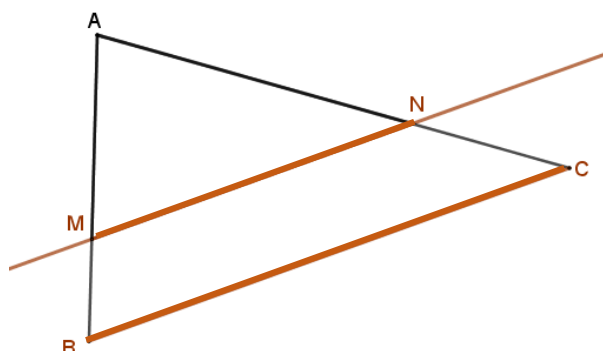
- Dans la fraction  $\frac{AM}{AB}$ , les côtés **[AM]** et **[AB]** sont portés par la même droite (autrement dit, les points **A, M et B sont alignés**).



- Dans la fraction  $\frac{AN}{AC}$ , les côtés **[AN]** et **[AC]** sont portés par la même droite (autrement dit, les points **A, N et C sont alignés**).



- Dans la fraction  $\frac{MN}{BC}$ , les côtés **[MN]** et **[BC]** sont portés par les **deux droites parallèles**.



### 3- Lien avec la proportionnalité

Dans la configuration de Thalès, écrire les égalités des quotients :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

revient à dire que :

les longueurs des **côtés du triangle AMN** sont proportionnelles aux longueurs des **côtés du triangle ABC**.

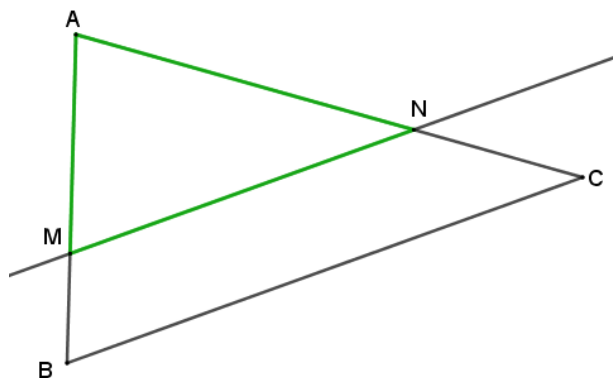
Autrement dit, on a le **tableau de proportionnalité** suivant :

Longueurs des côtés dans le <b>triangle AMN</b>	<b>AM</b>	<b>AN</b>	<b>MN</b>
Longueurs des côtés dans le <b>triangle ABC</b>	<b>AB</b>	<b>AC</b>	<b>BC</b>

### Autre énoncé possible du théorème de Thalès :

On considère un triangle ABC et deux points M et N tels que :

- $M \in [AB]$
- $N \in [AC]$



**Si** les droites (BC) et (MN) sont parallèles, **alors** on a le tableau de proportionnalité suivant :

Longueurs des côtés dans le <b>triangle AMN</b>	<b>AM</b>	<b>AN</b>	<b>MN</b>
Longueurs des côtés dans le <b>triangle ABC</b>	<b>AB</b>	<b>AC</b>	<b>BC</b>

#### 4- A quoi sert le théorème de Thalès ?

Le théorème de Thalès sert à calculer des longueurs.

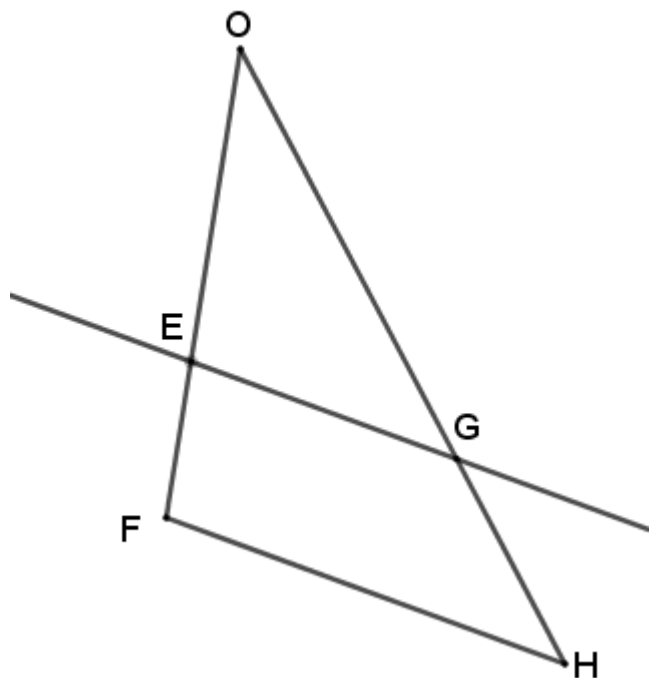
##### Méthode :

On considère le triangle OFH ci-dessous.

On sait que :

- $E \in [OF]$
- $G \in [OH]$
- $(EG) \parallel (FH)$
- $OE = 3 \text{ cm}$
- $OF = 7,5 \text{ cm}$
- $EG = 2 \text{ cm}$ .

On veut calculer la longueur FH.



##### Etape 1

On vérifie les conditions d'application du théorème :

- OFH est un triangle
- $E \in [OF]$
- $G \in [OH]$
- $(EG) \parallel (FH)$

## **Etape 2**

On applique le théorème de Thalès.

On a les égalités suivantes :

$$\frac{OE}{OF} = \frac{OG}{OH} = \frac{EG}{FH}$$

## **Etape 3**

On remplace les longueurs connues par les valeurs numériques :

$$\frac{3}{7,5} = \frac{OG}{OH} = \frac{2}{FH}$$

## **Etape 4**

On ne garde que les deux fractions qui vont permettre d'effectuer le produit en croix :

$$\frac{3}{7,5} = \frac{2}{FH}$$

## **Etape 5**

On effectue le produit en croix et on calcule :

$$FH = \frac{2 \times 7,5}{3} = \frac{15}{3} = 3 \text{ cm.}$$

## **Etape 6**

On conclut : **la longueur FH est égale à 3 cm.**